קינמטיקה

תנועה בתאוצה קבועה:

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 \quad v_t=v_0+at \quad x=x_0+(v_0+v_t)t/2 \quad v_t^2=v_0^2+2ax$$

תנועה בליסטית:

$$y(x)=x\tan\alpha-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 \quad H=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} \quad R=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$$

$$t_H=\frac{v_0\sin\alpha}{g} \quad t_R=2\cdot t_H \quad v_f=v_0\theta=\alpha \quad \tan\alpha=\frac{v_0}{\sqrt{v_0^2+2gh}}$$

קינמטיקה בווקטורים:

$$\boxed{\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\dot{\vec{r}}} \quad \boxed{\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=\dot{\vec{v}}=\ddot{\vec{r}}}$$

$$\boxed{\vec{r}(t)=\vec{r}_0+\int_0^t\vec{v}dt} \quad \boxed{\vec{v}(t)=\vec{v}(0)+\int_0^t\vec{a}dt}$$

גזירת ווקטור: $\frac{d\vec{V}}{dt}=\dot{\vec{V}}=\frac{dV_x}{dt}\hat{x}+\frac{dV_y}{dt}\hat{y}+\frac{dV_z}{dt}\hat{z}$

טרנספורמציית גליליי ודלמברט

טרנפורמציה: $\begin{cases} r=r'+ut \\ v_x=v_x'+u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r'=r-ut \\ v_x'=v_x-u \end{cases} \quad a=a'$

(מערכת S' נעה **במהירות קבועה**).

כוח דלאמברט: מערכת S' מאיצה **בתאוצה קבועה**- $\vec{a}_0$

ומרגישים כוח מדומה: $\boxed{\vec{F}_D=-m\vec{a}_0}$

טרנספורמציה: $\boxed{\vec{a}=\vec{a}'+\vec{a}_0}$ $\boxed{\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u}(t)}$

כוח חשמלי ומגנטי

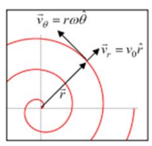
כוח חשמלי: $\boxed{\vec{F}_E=q\vec{E}}$ **כוח מגנטי:** $\boxed{\vec{F}_B=\frac{q}{c}\vec{v}\times\vec{B}}$

q- מטען החלקיק עליו פועל הכוח.

דוגמא למשוואת מרחק דיפרנציאלית: שרשרת נופלת משולחן חלק. אורך-l. תאוצה: $\boxed{a=\frac{y}{l}g}$ מציאת מרחק קצה השרשרת מהשולחן-y כתלות בזמן: גוזרים פעמיים את y ומשווים לתאוצה: $\boxed{\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{g}{l}y}$ פיתרון: $\boxed{y=Ae^{\alpha t}}$

מציבים את הפיתרון למשוואה ומקבלים: $\boxed{\alpha^2=\frac{g}{l}\Rightarrow\alpha=\pm\sqrt{\frac{g}{l}}}$ ולכן ישנם שני פתרונות וגם הסכום שלהם הוא פיתרון: $\boxed{y(t)=Ae^{\sqrt{\frac{g}{l}}t}+Be^{-\sqrt{\frac{g}{l}}t}}$. כדי למצוא את A ו-B צריך ת״ה: $\boxed{y(t=0)=y_0,\ \dot{y}(t=0)=0}$ ומהם מקבלים: $\boxed{A=B=\frac{y_0}{2}}$ ומציבים במשוואה.

תנועת ספירלה:



$$\boxed{\vec{r}=v_0t(\hat{x}\cos\omega t+\hat{y}\sin\omega t)}$$

$$\boxed{\vec{v}=v_0(\cos\theta\hat{x}+\sin\theta\hat{y})}$$

$$\boxed{\vec{a}=-2v_0\omega t-v_0\omega^2t\cos\omega t}$$

ווקטורים

מכפלה סקלרית: $\vec{a}\cdot\vec{b}=ab\cos\alpha=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$

ווקטורים מאונכים: $\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \Leftrightarrow \vec{a}\perp\vec{b}$

ווקטורים מקבילים: $\vec{a}\cdot\vec{b}=ab \Leftrightarrow \vec{a}\parallel\vec{b}$

מכפלה ווקטורית: $\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ A_1 & A_2 & A_3\\ B_1 & B_2 & B_3\end{vmatrix}$

$\boxed{\vec{A}\times\vec{B}=(|\vec{A}|\cdot|\vec{B}|\cdot\sin\alpha)\hat{n}}$ כאשר $\vec{a},\vec{b}$ מאונכים, הוקטור החדש יהיה מאונך לשניהם ואפשר למצוא את כיוונו בעזרת כלל יד ימין.

ווקטורים מקבילים: $\vec{a}\times\vec{b}=0 \Leftrightarrow \vec{a}\parallel\vec{b}$

מכפלות ציקליות:

$$\hat{x}\times\hat{y}=\hat{z} \quad \hat{z}\times\hat{x}=\hat{y} \quad \hat{y}\times\hat{z}=\hat{x}$$

$$\hat{y}\times\hat{x}=-\hat{z} \quad \hat{x}\times\hat{z}=-\hat{y} \quad \hat{z}\times\hat{y}=-\hat{x}$$

היטל וקטור A על B:

$$A_B=(\vec{A}\cdot\hat{B})\hat{B}=\left(\vec{A}\cdot\frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}\right)\hat{B}=(|\vec{A}|\cos\alpha)\hat{B}$$

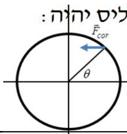
גודל וקטור: $a\equiv|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$

אופרטורים ווקטוריים:

גרדיאנט: $\vec{\nabla}f=\left(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y},\frac{\partial f}{\partial z}\right)$

בקואורדינטות פולריות: $\vec{\nabla}f=\left(\frac{\partial f}{\partial r},\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\theta},\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial\phi}\right)$

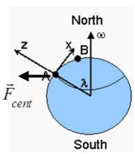
תנועה בכיוון כלשהו ביחס לכדה״א בקו רוחב θ:



1) תנועה מערבה: גודל תאוצת קוריוליס יהיה: $\boxed{\vec{a}_{cor}=2\omega v\sin(\theta)}$ והכיוון שלה יהיה שמאלה (ציור) 2) תנועה מזרחה: אותו גודל תאוצה בכיוון ימין.

על גוף **נופל**- כוח קורי' יהיה **מזרחה**.
על גוף **עולה**- כוח קורי' יהיה **מערבה**.
בכדה״א הצפוני- רכיב אופקי של קורי' **ימינה**.
בכדה״א הדרומי- רכיב אופקי של קורי' **שמאלה**.
תנועה לכיוון קו המשווה: קוריוליס **מערבה**.
תנועה לכיוון הקוטב: קוריוליס **מזרחה**.
עבור **גופים שנעים מזרחה/מערבה**- כוח קוריוליס שווה בכל קו רוחב (תמיד מאונך ל-ω) ומקביל לכוח הצנטריפוגלי (פנימה/החוצה מהסיבוב)
בקו המשווה: כוח קוריוליס פועל ב**מקביל לכוח**

הכובד. $\boxed{\sum F_o=m\frac{v^2}{r}=mg+2m\omega v-N-mw^2r}$



תאוצה מדומה כתלות בזווית:

$\boxed{\vec{a}_{cor}=2\omega v\sin(90-\lambda)(-\hat{y})}$ (נכנס לדף)

כשהזווית מסומנת הפוך:

$\boxed{a_{cor}=2\omega v\sin\lambda(-\hat{y})}$

$\boxed{F_{cent}=m\omega^2r\sin(\lambda)}$ - פונה החוצה מציר הסיבוב.

*את התאוצה יש לפרק לרכיבים אם המהירות לא מקבילה לציר x! (כפל sin/cos).

דוגמא לסטייה של גוף נופל: גוף נזרק בקו רוחב λ.

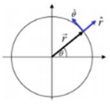
$\boxed{a_{cor}=2\omega v\sin\lambda=2\omega(v_0-gt)\sin\lambda}$ ($\boxed{v=v_0-gt}$).

$$\boxed{v_{cor}=\int a_{cor}dt=2\omega\left(v_0t-gt^2/2\right)\sin\lambda}$$

$$\boxed{\Delta x_{cor}=\int v_{cor}dt=2\omega\left(v_0t^2/2-gt^3/6\right)\sin\lambda}$$

מערכת קוטבית (פולרית)

$$\begin{cases}\hat{x}=\cos\theta\hat{r}+\sin\theta\hat{\theta}\\ \hat{y}=\sin\theta\hat{r}+\cos\theta\hat{\theta}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\hat{r}=\cos\theta\hat{x}+\sin\theta\hat{y}\\ \hat{\theta}=-\sin\theta\hat{x}+\cos\theta\hat{y}\end{cases}$$



$$\begin{cases}x=r\cos\theta\\ y=r\sin\theta\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}r=\sqrt{x^2+y^2}\\ \tan\theta=\frac{y}{x}\end{cases}$$

גזירת ווקטורי היחידה: $\boxed{\dot{\hat{\theta}}=-\dot{\theta}\hat{r}}$ $\boxed{\dot{\hat{r}}=\dot{\theta}\hat{\theta}}$

מהירות ותאוצה:

$$\vec{r}=r\hat{r}$$

$$\vec{v}=\dot{\vec{r}}=\dot{r}\hat{r}+r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\vec{a}=\ddot{\vec{r}}=(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2)\hat{r}+(2\dot{r}\dot{\theta}+r\ddot{\theta})\hat{\theta}$$

תנועה מעגלית

מהירות משיקית: $v=\omega r\hat{\theta} \quad \vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$

(למהירות יש רק חלק משיקי בתנועה מעגלית)

תאוצה רדיאלית: $a_r=\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})=-\omega^2r\hat{r}$

תאוצה משיקית: $\vec{a}_\theta=\vec{\alpha}\times\vec{r}=\alpha r\hat{\theta}$

מהירות זוויתית: $\omega=\dot{\theta}$ $\boxed{\omega=\frac{v}{r}}$

תאוצה זוויתית: $\alpha=\dot{\omega}=\ddot{\theta}$ $\boxed{\alpha=\frac{a}{r}}$

$$\boxed{\theta=\theta_0+\omega_0t+\frac{1}{2}\alpha t^2} \quad \boxed{\omega=\omega_0+\alpha t}$$

כוח לתנועה מעגלית: $\boxed{\vec{F}=-m\vec{a}_r=-m\frac{v^2}{r}=-m\omega^2r}$

$\boxed{a_r=\frac{v^2}{r}=\omega^2r}$ $\boxed{v=\omega r}$ **המהירות המשיקית על דיסקה גדלה ככל שהרדיוס קטן, ביחס ישר לרדיוס**

זמן מחזור ותדירות: $\boxed{f=\frac{1}{T}}$ $\boxed{T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi r}{v}}$

תנועה במעגל זקוף:

תנועה מעגלית שלמה: $v_0=\sqrt{5gR}$, $v_c=\sqrt{gR}$.

ניתוק הגוף ברבע: $v_0=\sqrt{2gR}$

בשדה מגנטי: $\boxed{R=\frac{mv}{qB}}$ $\boxed{\omega=\frac{qB}{m}}$ $\boxed{ma_r=qvB}$

מערכות מסתובבות (קוריוליס)

תאוצת קוריוליס: $\boxed{a_c=2\omega u}$

כוח קוריוליס: $\boxed{\vec{F}_{cor}=-2m\vec{\omega}\times\vec{u}}$ (אם u=0 הגוף לא נע ואין כוח קוריוליס)

כוח צנטריפוגלי: $\boxed{\vec{F}_{cent}=-m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_r)}$ תמיד פונה **החוצה מהסיבוב** וערכו: $\boxed{F_{cent}=m\omega^2r}$

תאוצה במערכת מסתובבת ובאינרציאלית:

$$\boxed{\vec{a}_{rot}=\vec{a}_I-\underbrace{\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{rot})}_{centrifugal\ a}\underbrace{-2\vec{\omega}\times\vec{u}}_{a_{cor}}}$$

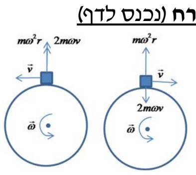
רדיוס: $6.4\times10^6\,m$ **תדירות:**

$\omega=\frac{2\pi}{24\cdot3600}=7.27\times10^{-5}$ **זמן מחזור:** $T_E=86{,}400\sec$

כדה״א מסתובב לכיוון **מזרח** (נכנס לדף)

כיוון כוח קוריוליס: $2m\omega v$ בכיוון **הפוך** ל $\omega\times v$

בציור: תנועה לאורך קו המשווה.



עבודה ואנרגיה

עבודה: $W = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int F\cos\theta dr = \int \vec{F}\cdot\vec{v}dt = \frac{1}{2}mv^2\Big|_i^f$

הספק: $P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt} = F\frac{dx}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$

עבודת כוח לאורך מסלול גורמת לשינוי באנרגיה הקינטית: $W_{A\to B}=\Delta E_k$

חוק מורחב: $W=\Delta E_k+\Delta U+Q$ העבודה שווה לשינוי באנרגיה ועוד האנרגיה שאבדה לחום.

חוק 1 בתרמו': $\Delta E=W+Q$ (אנרגיה קינטית שנאבדת, למשל ע"י חיכוך, הופכת לחום. ולכן קיים שימור אנרגיה)

קשר בין תנע ואנרגיה: $E_k=\frac{\vec{p}^2}{2m}$

אנרגיה אלסטית: $U = \frac{1}{2}kx^2$; אנרגיה כובדית: $U=mgh$

כבידה

$G = 6.67\times10^{-11}[Nm^2/kg^2]$

כוח: $F=-G\frac{mM}{r^2}$ **אנרגיה:** $U_G(r) = G\frac{mM}{r}$

אנרגיה כוללת של לוויין: $E_{tot}=\frac{1}{2}mv_r^2-\frac{GMm}{r}$

מהירות לוויין במסלול מעגלי: $V_I=\sqrt{G\frac{M}{R}}$

מהירות מילוט: $V=\sqrt{2G\frac{M}{R}}$ (משווים את האנרגיה הכללית ל-0)

זמן מחזור: $T^2=\frac{4\pi^2}{GM}r^3$ ($\frac{1}{T^2}\propto\omega^2\propto\frac{M}{r^2}$)

$E>0$ - בורח לאינסוף: $v_r>0$, **היפרבולה**

$E=0$ - בורח לאינסוף: $v_r\to0$, **פרבולה**

$E<0$ - קשור, $r=const$, **אליפסה/מעגל**

(מהירות קטנה ממהירות המילוט) $r<GMm/E_0$

חוק השטחים של קפלר: $\frac{T^2}{R^3}=const \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2=\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$

הרדיוס המחבר של לוויין סביב כוכב כלשהו מכסה שטחים שווים בזמנים שווים

פוטנציאל צנטריפוגלי: $U_c=\frac{J^2}{2mr^2}$

פוטנציאל אפקטיבי: $U_{eff}=\frac{J^2}{2mr^2}-\frac{GMm}{r}$

הרעיון: שימוש בשימור תנ"ז (J=const) כדי לרשום ביטוי לאנרגיה שתלוי רק ב-r (מימד אחד).

$E=\frac{1}{2}mv_r^2+\frac{J^2}{2mr^2}-\frac{GMm}{r}$

כוח בכיוון רדיאלי: $F=\left(\frac{J^2}{mr^3}-\frac{GMm}{r^2}\right)\hat{r}$

שינוי רדיוס: גוף **משנה את רדיוס הסיבוב** שלו בהשפעת כוח מרכזי: $J_0=mr_0v_0$ | $J=mrv=J_0$ $\Rightarrow$ $v=v_0\frac{r_0}{r}$

פוטנציאל ושדה משמר

כוח משמר: כוח שעבודתו לא תלויה במסלול ולאורך מסלול סגור: ($\oint=0$).

כוח משמר נגזר מפוטנציאל: $\vec{F}=-\vec{\nabla}U$

אנרגיה פוטנציאלית:

$E_P=U=U(B)-U(A)=-\int_A^B\vec{F}\cdot d\vec{r}$

בשדה משמר: עבודה שווה להפרש הפוט'.

חוק שימור אנרגיה מכנית: $E_{tot}=E_p+E_k$

הימצאות גוף במרחב: $E_k=E_{TOT}-E_p>0$

נקודת שיווי משקל: $F=0\Rightarrow\nabla U=0$

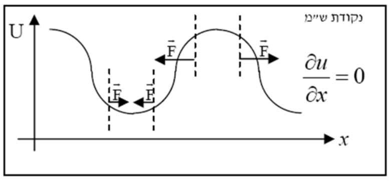
יציב: $F'=-\frac{\partial^2U}{\partial x^2}<0\Leftrightarrow\frac{\partial^2U}{\partial x^2}>0$

(נקודות מינימום מקומי- כוח "מחזיר")

רופף: $F'=-\frac{\partial^2U}{\partial x^2}>0\Leftrightarrow\frac{\partial^2U}{\partial x^2}<0$

(נקודות מקסימום מקומי- הכוח מפר את שיווי-המשקל)

אדיש: $\frac{\partial^2U}{\partial x^2}=0$ (אין כוחות במערכת).



מצב קשור: תנועת חלקיק מוגבלת לאזור מסוים.

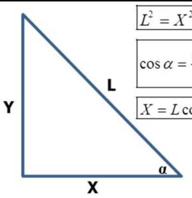
מצב חופשי: אנרגיית החלקיק מאפשרת לו להתרחק בלי הגבלה.

אנרגיית קשר: אנרגיה מינימאלית שיש להוסיף לחלקיק שיביאו ממצב קשור לחופשי.

נוסחאות כלליות

שטח עיגול: πR^2 **היקף עיגול:** $2\pi R$

שטח מעטפת כדור: $4\pi r^2$ **נפח כדור:** $\frac{4}{3}\cdot\pi r^3$



$L^2=X^2+Y^2$

$\cos\alpha=\frac{X}{L}$ $\sin\alpha=\frac{Y}{L}$

$X=L\cos\alpha$ $Y=L\sin\alpha$

תנודות מאולצות: אילוץ ע"י כוח חיצוני שמשנה כיוון עם הזמן. $m\ddot{x}=-kx+F_0\cos(\omega t)$

$x=\frac{F_0}{m}\left(\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\right)\cos(\omega t)$ $|A|=\frac{F_0}{m}\left(\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\right)$

אילוץ+ריסון: $m\ddot{x}=-kx-b\dot{x}+F_0\cos(\omega t)$

$x=\frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)+(\omega/\tau)^2}}\sin(\omega t+\varphi)$

מקרה פרטי- $\omega_0=\omega\Rightarrow x=\frac{F_0\tau}{m\omega}\sin(\omega t+\varphi)$

תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה: $x(t)=A\cos(\omega t+\phi)$

תחילת מדידה ב- $x=A$: $\phi=0$

תחילת מדידה ב- $x=-A$: $\phi=\pi$

תחילת מדידה ב- $x=0$: $\phi=-\frac{\pi}{2}$

(מחשבון על רדיאנים!)

$v=-\omega\sqrt{A^2-x^2}$ $v(t)=-A\omega\sin(\omega t+\phi)$

$a=-\omega^2x$ $a=-\omega^2A\cos(\omega t+\phi)=-\omega^2x(t)$

דוגמא למציאת פ"ת ה"ה:

מסה שוחררו במרחק $x=0.1$ מ-ש"מ. $x(t=0)=0.1=A\cos(\omega0+\phi)$. כדי ש-cos יקבל ערך 1: $\phi=0$, ואז: $A=0.1$

מטוטלת: $f=\frac{1}{T}$ $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$

$k=\frac{mg}{L}$ $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$a_{max}=\pm\omega^2A$ $v_{max}=\pm\omega A$

במהלך התנודה יש שימור אנרגיה:

$E=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$

קפיץ:

בטור: $\frac{1}{k_{eff}}=\Sigma\frac{1}{k_i}$ במקביל: $k_{eff}=\Sigma k_i$

כוח של קפיץ: $F=-kx$

הקבלה: תנועה קווית וסיבובית:

$F=m\ddot{x}=-kx\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$\tau_A=I_A\ddot{\theta}=-D\theta\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{I_A}{D}}$

דוגמא לסרגל בתנודות: סרגל באורך L יכול להסתובב סביב ציר בקצה A, ומטים אותו בזווית θ: $\Sigma\tau_A=-mg\frac{L}{2}\sin\theta\cong-mg\frac{L}{2}\theta$ ($\frac{L}{2}$ - מרחק מ"מ מהציר). $D=mg\frac{L}{2}\theta$ לפי שטיינר: $I_A=I_{cm}+MR^2=\frac{1}{12}mL^2+m\left(\frac{L}{2}\right)^2$

זמן תנודות: $T=2\pi\sqrt{\frac{mL^2/12+mL^2/4}{mgL/2}}$

תנודות מרוסנות: כוח חיכוך פועל ביחס ישר למהירות $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$ $\tau=\frac{m}{b}$ $f=b\dot{x}$

משוואת תנועה: $m\ddot{x}=-kx-b\dot{x}$

העתקה: $x=Ae^{-\frac{t}{2\tau}}\sin(\omega_1t+\varphi)$ $\omega_0>\frac{1}{2\tau}$

$\omega_1=\sqrt{\omega_0^2-\frac{1}{(2\tau)^2}}$ מתוך ת"ה $x(0), v(0)=0$

$\sin\varphi=\omega_1/\omega_0$ $A=x_0\omega_0/\omega_1$

תנע ומרכז מסה

תנע: $\vec{P}=m\vec{v}$ (נשמר בהעדר כוחות חיצוניים).

כוח- תנע ליחידת זמן: $\vec{F}=\frac{d(mv)}{dt}=\dot{m}v+m\dot{v}$

(פליטת מסה נותנת תנע לגוף הגדול בכיוון הפוך לפליטה).

מתקף: עצמת המכה (שינוי בתנע): $\vec{F}\Delta t=\Delta\vec{P}=\int\vec{F}dt$

מערכת מרכז המסה:

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{cm}=\frac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i}$

מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{cm}=\frac{\sum m_i\vec{v}_i}{\sum m_i}$ **נשמרת בהעדר כוחות חיצוניים על המסות**

תנע של מערכת: $\vec{p}_{cm}=\vec{v}_{cm}\sum m_i$

במערכת מרכז המסה, התנע שווה לאפס!

וה-E_k מינימאלית מבין כל המערכות.

מסה משתנה: $\frac{dm}{dt}=\alpha\Rightarrow m=\alpha(t)+m_0$

כוח שחומר נופל מפעיל: $F=\frac{dm}{dt}v$ בכיוון הנפילה (כלומר, כלפי מטה).

חומר זורם: A-שטח חתך, ρ-צפיפות, v-מהירות

ספיקה: $\frac{dm}{dt}\equiv Q=\rho Av$ **כוח:** $F=\frac{dm}{dt}v=\rho Av^2$

צפיפות: $\rho=\frac{m}{V}$ (מסה חלקי נפח).

התנגשות אלסטית: שימור תנע ואנרגיה.

התנגשות פלסטית: רק שימור תנע.

דוגמא לעגלה עם חול: עגלה נגררת ע"י כוח קבוע $\vec{F}=F\hat{x}$ ומשפך מזרים אליה חול בקצב קבוע α.

מהירות העגלה: $v_c(t)=\frac{Ft-m_{c0}v_{c0}}{m_{c0}+\alpha t}$ ואם החול נשפך מהעגלה: $v_c(t)=\frac{F}{\alpha}\ln\left(\frac{m_{c0}}{m_{c0}-\alpha t}\right)$

דוגמא לשרשרת נופלת: לשרשרת יש מסה ρ ליח' אורך (ρ- צפיפות אורכית) ו-s, אורך השרשרת שכבר נפלה. המשטח מפעיל על השרשרת כוח הבנוי מ: א. משקל השרשרת: $F_1=\rho sg$ ב. הכוח הדרוש לעצירתה: $\frac{dm}{dt}=\rho v\Rightarrow F_2=\rho v^2$ את המהירות מוצאים משימור אנרגיה (נפילת מרחק s): $v^2=2gs$.

דוגמא להאצה ע"י פגיעת כדורים: מהירות רגעית של המסה-v, מהירות כדורים במעבדה: u. שינוי התנע ליחידת זמן (הכוח) הוא **שינוי בתנע הכדורים מוכפל ב-α.** מהירות כדורים יחסית למסה: (u-v). מוחזר במהירות: (u-v) -וזו במעבדה: (u-2v). ולכן השינוי בתנע $\alpha(u-2v)-\alpha u=-2\alpha(u-v)$, וזה התנע שמקבלת המסה בכיוון ההפוך (בלי מינוס). עבור המסה: $a=\frac{F}{M}=\frac{1}{M}2\alpha(u-v)$

נגזרות: $\sin'(x)=\cos(x)$ $\cos'(x)=-\sin(x)$

תנע זוויתי

שקילות	תנועה קווית	תנועה סיבובית
גורם לתנועה	כוח $\vec{F}$	מומנט $\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}$
מסה ומומנט	m	I
אנרגיה קינטית	$\frac{1}{2}mv^2$	$\frac{1}{2}I\omega^2$
תנע	$\vec{P}=m\vec{v}$	$\vec{J}=I\vec{\omega}=\vec{r}\times\underbrace{m\vec{v}}_{\vec{P}}$
שינוי תנע	$\vec{F}\Delta t=\Delta\vec{P}$	$\vec{\tau}\Delta t=\Delta\vec{J}$
שימור תנע	$\sum\vec{F}=0$	$\sum\vec{\tau}=0$
חוק 2 של ניוטון	$\sum\vec{F}=m\vec{a}$	$\sum\vec{\tau}=I\vec{\alpha}$
עבודה	$W=\int\vec{F}\cdot d\vec{x}$	$W=\int\vec{\tau}\cdot d\vec{\theta}$

משפט: מרכז המסה נע במהירות קווית קבועה, לא משנה איפה הכוח פועל!

תנע זוויתי: $\vec{J}=\vec{r}\times m\vec{v}$ מוגדר ביחס לציר!

r- וקטור מהמסה אל הציר (לא לשכוח sin).

דרך נוספת: הכפלת mv במרחק נקודה A מציר התנועה (קו המקביל לווקטור v).

שימור תנ"ז: סביב ציר נח/רגעי, או מרכז המסה (שיכול להיות מואץ).

אנרגיה קינטית: מורכבת מסיבוב ותנועה ליניארית: $E_k=\frac{1}{2}I\omega^2+\frac{1}{2}mv^2$

תנועה קווית של מ"מ ותנועה סיבובית סביב מ"מ.

מומנט אינרציה: $I=\sum m_ir_i^2$ (גודל אדטיבי!)

משפט הצירים המקבילים:

מומנט אינרציה: $I_A=I_{cm}+MR^2$

R- המרחק בין הצירים.

תנע זוויתי: $\vec{J}_A=\vec{J}_{cm}+\vec{R}\times\vec{P}$

(עבור גוף שלא נע- תנ"ז שווה בכל הצירים)

מומנט כוח: $\vec{\tau}_A=\vec{\tau}_{cm}+\vec{R}\times\vec{F}$

משפט הציר האנכי: 2 צירים ניצבים **במישור** הגוף. מומנט דרך ציר **ניצב** לגוף העובר בנקודת החיתוך שלהם: $I_\perp=I_1+I_2$

מומנטי אינרציה שימושיים:

טבעת דקה או מעטפת גלילית	MR^2
מוט דק ביחס לאמצע/ גליל לאורך	$\frac{1}{12}ML^2$
מוט דק ביחס לקצה	$\frac{1}{3}ML^2$
כדור מלא	$\frac{2}{5}MR^2$
מעטפת כדורית	$\frac{2}{3}MR^2$
דיסקה מלאה או גליל מלא	$\frac{1}{2}MR^2$
לוח מלבני/ תיבה-עם בסיס: $a\times b$	$M\frac{a^2+b^2}{12}$

דוגמא- גליל כרוך בחבל: הגליל משוחרר ממנוחה, ומתגלגל סביב נקודת המגע בחבל- גלגול טהור.

משוואת שימור אנרגיה לאחר ירידה מגובה h:

$mgh=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I_o\left(\frac{v}{R}\right)^2$ יש תאוצה קבועה.

מומנטים סביב נקודת מגע בחבל:

$\sum\tau=mgR=I_A\left(\frac{a}{R}\right)$ מכאן אפשר לחלץ תאוצה.

דינמיקה של גופים צפידים

גלגול טהור (ללא החלקה): $v=\omega r$

(נקודת המגע- ציר נח רגעי)

מהירות נקודה עליונה: $v=2\omega r$

החלקה מלאה: אין גלגול $\omega=0$

מהירות סופית: $v_{full}=v_0\left(1-\frac{I}{MR^2+I}\right)$

זמן לגלגול מלא: $t_{full}=\frac{v_0}{\mu g(MR^2/I+1)}$

במישור אופקי עם חיכוך-μ: בהתחלה המהירות גבוהה ואין תנועה סיבובית, החיכוך מאט לגלגול מלא).

חיכוך למניעת החלקה: $f_s=\frac{I_{cm}}{R^2}\vec{a}\le\vec{N}\mu_s$

כוח חיכוך סטטי שווה לכוח האופקי על הגוף, פרופורציוני לתאוצה, בכיוון הפוך לתאוצה.

כוח חיכוך קינטי הוא קבוע ולא תלוי בכוח על הגוף.

תאוצת גוף מתגלגל במורד:

$a=g\sin\theta\left(\frac{MR^2}{MR^2+I}\right)$

מהירות הגוף בסיום התגלגלות במורד:

$v_{cm}=\sqrt{2gh/\left(1+\frac{I}{MR^2}\right)}$

זהויות ומשוואות דיפ'

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\sin\alpha\pm\sin\beta=2\sin\frac{\alpha\pm\beta}{2}\cos\frac{\alpha\mp\beta}{2}$

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

$\sin(\pi\pm x)=\mp\sin x$; $\cos(\pi\pm x)=-\cos x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}\pm x\right)=\cos x$; $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

$\sin(-x)=-\sin x$; $\cos(-x)=\cos x$

$\tan(90-\alpha)=\cot\alpha$ $\cot(90-\alpha)=\tan\alpha$

משוואה	פיתרון כללי
$\dot{x}+bx=0$	$x=Ae^{-bt}$
$\dot{x}+bx=a$	$x=\frac{a}{b}+Ae^{-bt}$
$\dot{x}+bx=at$	$x=Ae^{-bt}+\frac{a}{b}t-\frac{a}{b^2}$
$\ddot{x}-\omega^2x=0$	$x=Ae^{-\omega t}+Be^{\omega t}$
$\ddot{x}+\omega^2x=0$	$x=A\cos(\omega t+\phi)$
$\ddot{x}+\omega^2x=b$	$x=A\cos(\omega t+\phi)+\frac{b}{\omega^2}$
$\dot{x}=\omega y$ $\dot{y}=-\omega x$	$x=A\cos\omega t+B\sin\omega t$ $y=-A\sin\omega t+B\cos\omega t$

מעברי יחידות: $J=N\times m=\frac{Kg\times m^2}{\sec^2}$

$erg=dyne\times cm=\frac{gr\times cm^2}{\sec^2}$ $1J=10^7erg$

אורך וזמן

זמן עצמי: זמן בין מאורעות במערכת שבה הם התרחשו באותה נקודה- Δt_0 . **הזמן הקצר ביותר.**

התארכות הזמן: $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$

אורך עצמי: מרחק בין שתי נקודות כפי שנמדד במערכת בה שתיהן נחות. **המרחק הארוך ביותר.**

התקצרות האורך: $L = L_0\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}$

טרנספורמציית לורנץ

פקטור לורנץ: $\beta = \frac{u}{c}$ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

התמרת מקום וזמן:

$$x' = \gamma(x-ut) \quad t' = \gamma\left(t-\frac{ux}{c^2}\right) \quad \Leftrightarrow \quad x = \gamma(x'+ut') \quad t = \gamma\left(t'+\frac{ux'}{c^2}\right)$$

$$y = y' \qquad z = z'$$

שמורת לורנץ: $(c\Delta t)^2 = (\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2$

$$(c\Delta t)^2-(\Delta x)^2 = (c\Delta t')^2-(\Delta x')^2$$

חישוב $\Delta x'$: $\Delta x' = \Delta L' - v\Delta t'$ (מורידים מהמרחק לפי s' את המרחק שעבר s' בזמן הזה).

טרנספורמציית מהירות:

$$v'_x = \frac{v_x-u}{1-\frac{v_x u}{c^2}} \quad v'_y = \frac{v_y\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}{1-\frac{v_x u}{c^2}} \quad \Leftrightarrow \quad v_x = \frac{v'_x+u}{1+\frac{v'_x u}{c^2}} \quad v_y = \frac{v'_y\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}{1+\frac{v'_x u}{c^2}}$$

*כאשר v באותו כיוון של u (והם מקבילים).

מקרה פרטי- מהירויות ניצבות: $u'_y = \frac{v_y}{\gamma}$ $u'_x = -u$ -u מהירות התרחקות מS'.

טרנספורמציה לכוח: $F_x = F'_x$ $F_y = \frac{F'_y}{\gamma}$ $F_z = \frac{F'_z}{\gamma}$

קשר נסיבתי: שני מאורעות יהיו קשורים נסיבתית אם פולס אור יכול להגיע מהמאורע הראשון למקום המאורע השני לפני שהוא קרה. $\frac{\Delta x}{\Delta t} > c$ (ללא קשר נסיבתי) אותו קשר נסיבתי יתקיים בכל המערכות הקשורות ע"י טרנס' לורנץ

מרחק בין נקודות: $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+\cdots}$

אפקט דופלר

תדירות פליטה וקליטה: פולסים הנעים במהירות האור.

מתרחקים: $f_R = f_E\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$ $\Delta t_R = \Delta t_E\sqrt{\frac{c+u}{c-u}}$

מתקרבים: $f_R = f_E\sqrt{\frac{c+u}{c-u}}$ $\Delta t_R = \Delta t_E\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$

פולסים שנעים במהירות-v: $f_R = f_E\frac{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}{1+\frac{u}{v}}$

כשהאור נע בניצב (דופלר רוחבי): $f_R = f_E\sqrt{1-\beta^2}$

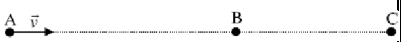
נוסחה כללית: $f_E = \gamma f_R(1-\beta\cos\theta)$ זווית בין מהירות שתי המערכות.

אורך גל: $\lambda = \frac{c}{f} = ct$ (בד"כ נתון ב- Å).

מתרחקים: $\lambda_R = \lambda_E\sqrt{\frac{c+u}{c-u}}$

מתקרבים: $\lambda_R = \lambda_E\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$

מציאת תנע כולל במערכת:



אנרגיה של A : $E_A = 10mc^2$. נוצרו בסוף חלקיקים בעלי מסות: $m_1=3m,\ m_2=5m$. נתון: $E_{k1,cm}=2mc^2$. ניתן לחשב את $E_{tot}=10mc^2+2mc^2$ אנרגיה של חלקיק 1 במערכת מ"מ: $E_{1,cm}=2mc^2+3mc^2=5mc^2$ התנע של: $p_{1,cm}=\sqrt{E_{1,cm}^2-(m_1c^2)^2}=4mc$ במערכת מ"מ התנע שווה לאפס ולכן $p_{1,cm}=p_{2,cm}=4mc$ ואז ניתן לחשב גם את האנרגיה במ"מ של חלקיק 2. את התנע הכולל של המערכת מחלצים מהנוסחה: $E_{cm}^2 = E^2 - p^2c^2$

תנע ואנרגיה יחסותיים

תנע: $P = \frac{mv}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ **אנרגיה:** $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

אנרגיית מנוחה: $E_0 = mc^2$

אנרגיה קינטית: $E_k = E - E_0$

קשר בין אנרגיה לתנע: $E^2 - P^2c^2 = m^2c^4$

חילוץ המסה: $m = \frac{1}{c^2}\sqrt{E^2-p^2c^2}$

חילוץ תנע: $p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2-m^2c^4}$

מערכת חלקיקים:

מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{cm} = \frac{\sum \vec{p}_i}{\sum E_i}c^2$

אנרגיית מרכז המסה: $E_{cm}^2 = E^2 - p^2c^2$

במקרה של גוף יחיד: $E_{cm} = E_0 = mc^2$

*תנע כולל במערכת מ"מ שווה לאפס!

עבור שתי מערכות כלשהן:

$$E_{tot}^2 - p_{tot}^2c^2 = E'^2_{tot} - p'^2_{tot}c^2$$

טרנספורמציה לתנע ואנרגיה:

$$E' = \gamma(E-\beta c p_x) \quad p'_x = \gamma\left(p_x - \frac{\beta}{c}E\right) \quad \Leftrightarrow \quad E = \gamma(E'+\beta c p'_x) \quad p_x = \gamma\left(p'_x + \frac{\beta}{c}E'\right)$$

$$p_y = p'_y \qquad p_z = p'_z$$

פוטון: חלקיק ללא מסה, נע במהירות האור.

אנרגיית הפוטון: $E_{ph} = pc = h\nu$

ν- תדר הפוטון, $h=6.626\times10^{-34}[J\times s]$.

יחידות: $1\ eV=1.6\times10^{-19}J$. $1\ MeV=10^6\ eV$.

אנרגיית סף: אנרגיה מינימאלית הדרושה לקיום ריאקציה.

תנאי לאנרגיה מינימאלית: במצב החדש החלקיקים במנוחה במערכת מרכז המסה (נעים באותה מהירות במעבדה).

דוגמא לפיתרון: פוטון λ פוגע בחלקיק בעל מסה m הנמצא במנוחה. האנרגיה המינימאלית שצריכה להיות לפוטון כדי שייווצרו שני חלקיקים חדשים בעלי מסה m היא כך ששני החלקיקים החדשים יהיו במנוחה **במרכז המסה**. אז משווים אנרגיית מרכז מסה לפני ואחרי:

$$E_{cm,i}^2 = (E_\lambda + mc^2)^2 - (E_\lambda/c)^2c^2 = 2E_\lambda mc^2 + m^2c^4$$

$$E_{cm,f}^2 = (2mc^2)^2$$